

## АНАЛИЗ ЗАВИСИМОСТИ СЕРФОТРОННОГО УСКОРЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ПАКЕТОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В КОСМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЕ ОТ ПРОДОЛЬНОГО ИМПУЛЬСА ЧАСТИЦЫ

Николай Ерохин<sup>1</sup>, Румен Шкевов<sup>2</sup>, Людмила Михайловская<sup>1</sup>, Надежда Зольникова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт космических исследований – Российская академия наук

<sup>2</sup>Институт космических исследований и технологий – Болгарская академия наук  
e-mail: nerokhin@mx.iki.rssi.ru, shkevov@space.bas.bg

**Ключевые слова:** Серфотронное ускорение частицы, импульс релятивистской частицы, интеграл движения, захват частиц, космическая плазма, электромагнитные волны, фазовая плоскость, нелинейное уравнение, волновой пакет.

**Абстракт:** На основе численных расчетов исследована зависимость серфотронного ускорения электронов лоренцевским пакетом электромагнитных волн в космической плазме от компоненты импульса релятивистской частицы вдоль внешнего магнитного поля (являющейся интегралом движения) включая случаи, когда эта компонента импульса на порядок и более превосходит поперечную к внешнему магнитному полю компоненту. Показано, что для захваченной волной частицы характеристики динамики заряда (темп ускорения, структура фазовой плоскости, траектория частицы в перпендикулярной к внешнему магнитному полю плоскости и др.) практически не зависят от продольной компоненты импульса. Так темп ускорения практически постоянен, структура фазовой плоскости соответствует движению изображающей точки к устойчивому фокусу, по мере ускорения частицы ее скорость вдоль магнитного поля убывает. Как и ранее при сильном ускорении наблюдается существенная локализация траекторий на фазовой плоскости в окрестности фокуса - конденсация ускоряемых зарядов на дно эффективной потенциальной ямы. Изучена временная динамика компонент импульса и скорости захваченных электронов, их фазовая плоскость, траектории в плоскости, перпендикулярной внешнему магнитному полю. В тоже время, если частица в начальный период движения является незахваченной и совершает циклотронное вращение во внешнем магнитном поле с ростом продольной компоненты ее импульса время захвата в режим серфинга на волновом пакете сильно возрастает поскольку период циклотронного вращения существенно увеличивается с ростом продольной компоненты импульса электрона. Данное исследование необходимо для определения оптимальных условий реализации максимального ультрарелятивистского серфотронного ускорения частиц пространственно локализованным волновым пакетом в космической плазме.

## ANALYSIS OF THE DEPENDENCE OF ELECTRONS SURFATRON ACCELERATION BY THE WAVE PACKET IN SPACE PLASMA FROM THE LONGITUDINAL MOMENTUM OF THE PARTICLE

Nikolay Erokhin<sup>1</sup>, Rumen Shkevov<sup>2</sup>, Ludmila Mikhailovskaya<sup>1</sup>, Nadezhda Zolnikova<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Space Research Institute – Russian Academy of Sciences

<sup>2</sup>Space Research and Technology Institute – Bulgarian Academy of Sciences  
e-mail: nerokhin@mx.iki.rssi.ru, shkevov@space.bas.bg

**Keywords:** Surfatron acceleration of the particle, relativistic particles momentum, constant of motion, particles trapping, space plasma, electromagnetic waves, phase plane, nonlinear equation, waves packet.

**Abstract:** Based on numerical calculations, the dependence of the electrons surfatron acceleration by the electromagnetic waves packet with Lorentz envelope of amplitudes in space plasma from relativistic particle momentum (constant of motion) along the external magnetic field is investigated, including cases where this component of the momentum is of an order of magnitude or higher compared to the perpendicular to the external magnetic field component. It is shown that for the trapped by the wave particle the charge dynamics characteristics (acceleration rate, phase plane structure, particle trajectory in a plane perpendicular to the external magnetic field etc.) are practically not dependent from the longitudinal momentum component. Since the rate of

*acceleration is nearly constant, the structure of the phase plane corresponds to the motion of the representing point to the stable focus. With the acceleration of the particle, its velocity along the magnetic field is decreasing. At strong acceleration there is a significant localization of trajectories in the phase plane close to the focal point - accelerated charges are condensed on the bottom of the effective potential well. The temporal dynamics of the momentum component and trapped electrons velocity, their phase plane and trajectories in a plane perpendicular to the external magnetic field are studied. At the same time, if the particle in the initial time moment of the motion is untrapped and performs cyclotron rotation in the external magnetic field, with the increase of the longitudinal component of its momentum, the trapping time in surfing mode on the wave packet greatly increases, since the period of the cyclotron rotation significantly increases with the growing of the longitudinal component of the electron momentum. The aim of this research is to determine the optimal conditions for the realization of maximum ultrarelativistic particles surfatron acceleration by a spatially localized wave packet in space plasma.*

## **Введение**

Исследование механизмов генерации потоков релятивистских частиц входит в число актуальных задач физики космической плазмы. В частности, это представляет большой интерес для проблемы генерации космических лучей (КЛ) в астрофизике. Как было показано ранее (см., например работы [1-10]), серфинг зарядов на электромагнитных волнах является одним из эффективных механизмов генерации потоков ультрарелятивистских частиц причем в достаточно спокойных условиях межзвездной среды. Однако очевидно, что для оценки количества ускоренных частиц, выявления их энергетических спектров, определения характерных размеров областей ускорения необходим достаточно подробный анализ условий захвата заряженных частиц в режим серфотронного ускорения, определение благоприятных для захвата заряженных частиц параметров, исследование эффективности ускорения частиц при воздействии пространственно локализованных волновых пакетов конечной амплитуды, а также возможности многократного ускорения зарядов волновыми пакетами с учетом возможности циклотронного вращения частиц во внешнем магнитном поле на начальном этапе взаимодействия волна-частица. Таким образом данная задача является многопараметрической и поэтому требуется весьма большой объем численных расчетов.

В настоящей работе на основе нелинейных численных расчетов рассмотрена динамика сильного серфотронного ускорения электронов пространственно локализованным пакетом электромагнитных волн, распространяющимся в плазме поперек слабого внешнего магнитного поля  $H_0$ , в зависимости от величины продольного (вдоль внешнего магнитного поля) импульса частицы. Расчетами показано, что набор благоприятных (для захвата частиц в режим серфинга) начальных фаз волнового пакета на несущей частоте оказывается одинаковым при изменении продольного импульса частицы в весьма широком диапазоне значений. Следовательно, в пространстве импульсов частиц область их захвата в режим серфинга на электромагнитной волне будет достаточно большой. Необходимо также отметить, что для амплитуды волны выше порогового значения на доступных интервалах времени численного счета вне диапазона благоприятных для серфинга начальных фаз волны на траектории слабoreлятивистской частицы вначале происходит вращение заряда во внешнем магнитном поле. Однако после ряда периодов циклотронного вращения (десятки, сотни и более) будет выполнено условие черенковского резонанса, возникает благоприятная для захвата заряда фаза волны на траектории частицы. При этом происходят захват частицы волновым пакетом в режим ультрарелятивистского ускорения.

Полученные результаты представляют интерес для интерпретации экспериментальных данных по регистрации потоков релятивистских частиц в космических условиях включая околоземное пространство. Серфинг зарядов на электромагнитных волнах может обеспечивать наблюдаемые экспериментально локальные отклонения спектра КЛ от степенного скейлинга.

## **Формулировка задачи и результаты численных расчетов**

В задаче исходными являются релятивистские уравнения движения электрона, взаимодействующего с пакетом электромагнитных волн, фазовая скорость которых в плазме должна быть меньше скорости света в вакууме. С учетом интегралов движения получено нелинейное уравнение второго порядка для фазы волнового пакета на несущей частоте на траектории ускоряемой заряженной частицы. Далее проводятся численные расчеты данного уравнения при различных значениях исходных параметров. Отметим, что механизм серфотронного ускорения связан с реализацией в магнитоактивной плазме черенковского резонанса при взаимодействии волна-частица, что возможно для волны р-поляризации с показателем преломления  $N^2 = \epsilon_{\perp} - (\epsilon_c^2 / \epsilon_{\perp}) \equiv 1 - [v(1-v)] / (1-u^2-v)$ , где  $\epsilon_c$ ,  $\epsilon_{\perp}$  компоненты тензора диэлектрической проницаемости плазмы на частоте верхнего гибридного резонанса,

$u = \omega_{He} / \omega$ ,  $v = (\omega_{pe} / \omega)^2$ . Здесь  $\omega_{He}$  - гирочастота нерелятивистских электронов плазмы,  $\omega_{pe} = (4 \pi e^2 n_0 / m_e)^{1/2}$  - их ленгмюровская частота. Внешнее магнитное поле направлено вдоль оси z:  $\mathbf{H}_0 = H_0 \mathbf{e}_z$ . Захват частицы в режим серфинга происходит для амплитуд волны выше порога, когда  $\sigma = e E / m c \omega > \sigma_c = u \gamma_p = u / (1 - \beta_p^2)^{1/2}$ , где  $\beta_p = \omega / k c$ . Рассмотрим волновой пакет с несущей частотой  $\omega_0 = \omega(k_0)$ . При поперечном распространении волна р-поляризации имеет компоненты полей  $E_x, E_y, H_z$ . Для лоренцовского спектра волн в пакете основная компонента поля имеет вид  $E_x(x,t) = \{ E_m / [1 + \xi^2 / L^2] \} \cos(\omega_0 t - k_0 x)$ , где  $E_m$  амплитуда волнового пакета,  $\xi = x - v_g(k_0) \cdot t$ ,  $L$  - полуширина локализованного волнового пакета, движущегося с групповой скоростью  $v_g(k_0)$ . Другие компоненты полей пакета  $E_y, H_z$  находятся по аналогии.

Введем безразмерное время  $\tau = \omega t$ . Характерное время пересечения захваченным зарядом волнового пакета порядка  $\delta t \sim 2L / c \beta_p$  или в безразмерном времени имеем  $\delta \tau \sim 2L k_0$ . За это время центр волнового пакета сместится на расстояние  $\delta x \sim 2L (v_g / c \beta_p) \ll 2L$ . Расчеты показали, что сильное (ультрарелятивистское ускорение захваченных зарядов имеет место в случае достаточно больших времен удержания частиц пакетом в ускоряющей фазе поля т.е. при  $\tau > (10^4 \div 10^6)$ . Следовательно, условие  $L k_0 \equiv \rho > (10^4 \div 10^6)$  обеспечивает ультра-релятивистское ускорение зарядов пространственно локализованным волновым пакетом. Оценки и расчеты показывают, что можно пренебречь вихревыми компонентами волновых полей  $E_y, H_z$  и для фазы пакета на несущей частоте  $\Psi(t) = (\omega_0 t - k_0 x)$  использовать нелинейное уравнение

$$(1) \quad \beta_{p0} d^2 \Psi / d\tau^2 - (1 - \beta_x^2) \cdot (e E_x / m c \omega_0) - u_0 \beta_y = 0,$$

где  $E_x(x,\tau)$  определено выше,  $\beta_{p0} = \omega_0 / c \cdot k_0$ ,  $g = (1 + h^2 + r_0^2)^{0.5} / (1 - \beta_x^2)^{0.5}$ ,  $r_0 = \gamma(0) \beta_y(0)$  начальный импульс частицы вдоль волнового фронта, а также учтен следующий интеграл движения  $J = \gamma \beta_y + u_0 \beta_{p0} \cdot (\Psi - \tau)$ . Имеется второй интеграл  $\gamma \beta_z = \text{const} \equiv h$ . Компонента скорости заряда  $\beta_x$  в (1) задана формулой  $\beta_x = \beta_{p0} [1 - (d\Psi / d\tau)]$ . Уравнение (1) решалось численно, в частности, для следующих значений исходных параметров:  $u = 0.3$ ,  $\beta_{p0} = 0.8$ ,  $h = 0.4$ ,  $r_0 = 0.7$ ,  $\rho = 5 \cdot 10^4$ ,  $\sigma = 1.51 \sigma_c$  при разных величинах начальной фазы  $\Psi(0)$ . Расчеты показали, что при оптимальном выборе начальной фазы захват частицы в режим серфинга происходит сразу и значение  $\Psi(0)$  не зависит от величины продольного импульса  $h$  даже, если его увеличить в десятки-сотни раз. Аналогичная ситуация имеет место и для других вариантов выбора исходных параметров, например, в случае  $u = 0.21$ ,  $\beta_{p0} = 0.71$ ,  $h = 0.4$ ,  $r_0 = 0.7$ ,  $\rho = 5 \cdot 10^4$ ,  $\sigma = 1.47 \sigma_c$ ,  $r_0 = 0.37$ . Приведем некоторые графики этого варианта. На рис.1 показана динамика фазы пакета на траектории электрона  $\delta\Psi(\tau) = \Psi(\tau) - \Psi(0)$  при захвате частицы на левом краю волнового пакета с  $\Psi(0) = 2\pi \cdot 4165 + 2$ . Захват электрона происходит при  $\tau = 0$ ,

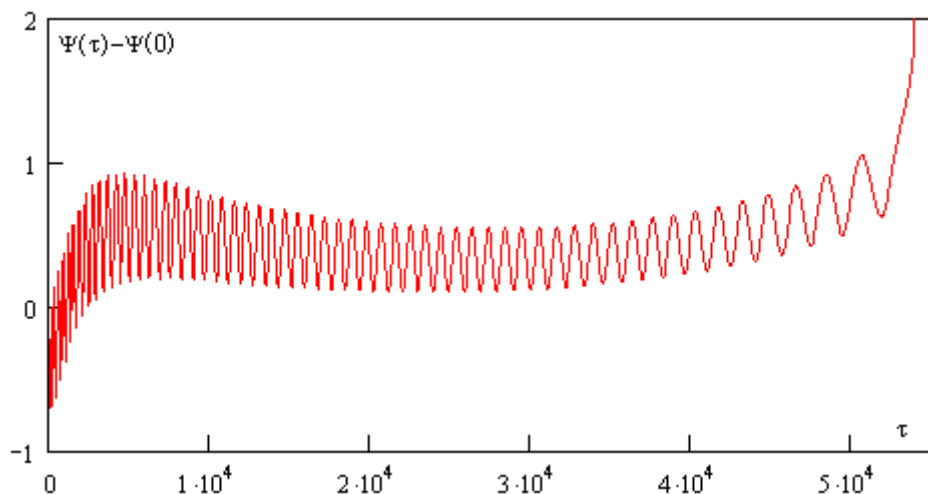


Рис. 1. График фазы пакета на траектории частицы

затем частица пересекает пакет и вылетает из эффективной потенциальной ямы при  $\tau \approx 52746$ . График релятивистского фактора электрона  $\gamma(\tau)$  и его аналитической аппроксимации  $M(\tau)$  даны на рис.2, частица ускоряется до энергии, соответствующей  $\max \gamma \approx 11390$ , а начальное значение было  $\gamma(0) \approx 426$ .

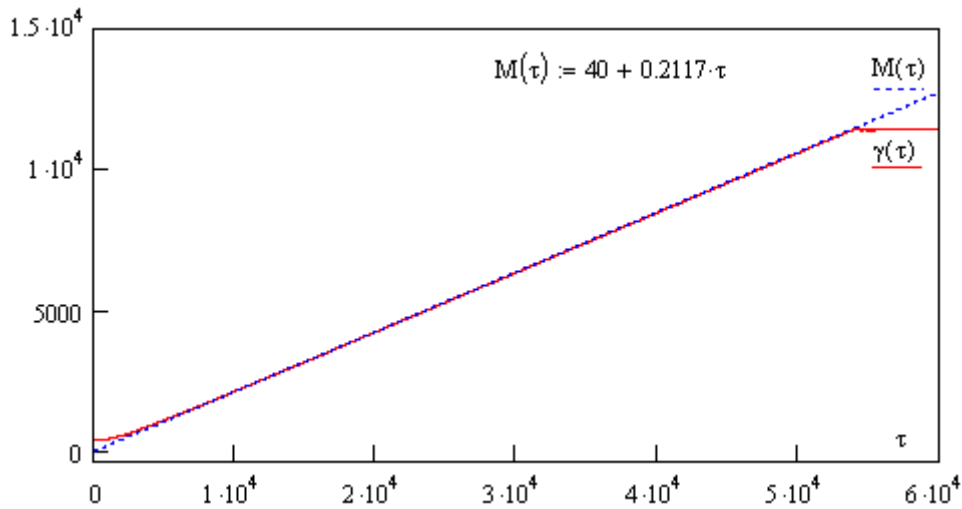


Рис. 2. Графики релятивистского фактора частицы и его аналитической аппроксимации

Смещение заряда вдоль волнового фронта  $\eta(\tau) = \omega y / c$  при ультрарелятивистском ускорении показано на рис.3. При  $\tau > 10^4$  кривая весьма близка к прямой, соответствующей движению электрона с асимптотической скоростью  $\beta_y \approx 1 / \gamma_p \approx 0.7$ . Заметим, что ввиду большого значения продольного импульса  $\hbar$  в начальный момент времени было  $\beta_y(0) \approx 8.68 \cdot 10^{-4}$ .

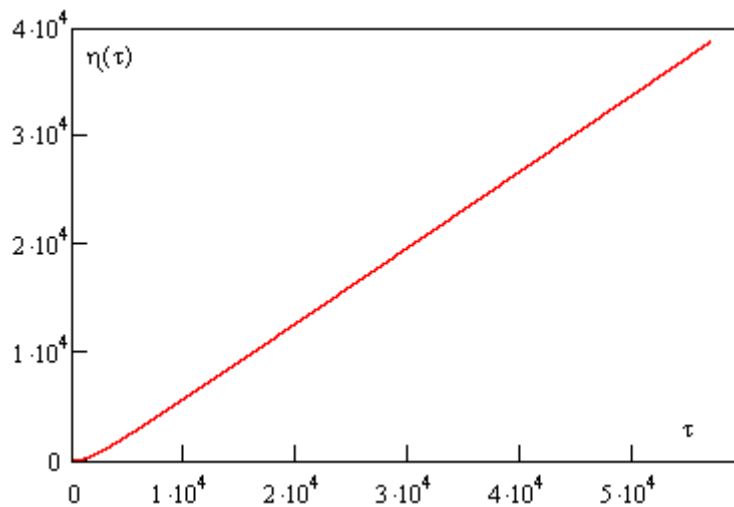


Рис. 3. Динамика смещения захваченной частицы вдоль волнового фронта

Траектория захваченного волновым пакетом электрона на плоскости  $(\xi, \eta)$ , перпендикулярной внешнему магнитному полю, представлена на рис. 4 для интервала времени  $\tau < 57000$ . На временах  $\tau > 10^4$ , когда перпендикулярные к внешнему магнитному полю компоненты скорости электрона выходят на асимптотики траектория частицы хорошо аппроксимируется прямой линией. Для интервала времени  $\tau < 57000$  траектория изображающей точки на плоскости перпендикулярных компонент скорости электрона  $(\beta_x, \beta_y)$  приведена ниже на рис. 5. Пока электрон является захваченным движение на этой плоскости соответствует смещению к особой точке  $(0.71, 0.702)$  с уменьшающейся амплитудой осцилляций. После вылета частицы из эффективной потенциальной ямы начинается циклотронное вращение электрона, в котором кривая уходит налево т.е. компонента скорости в направлении распространения волнового пакета  $\beta_x$  убывает, а компонента скорости вдоль

волнового фронта  $\beta_y$  увеличивается. Следует отметить, что период циклотронного вращения ускоренного электрона весьма велик, в данном случае имеем следующую оценку  $\tau_r \approx 345400$ . За это время произойдет достаточно большое смещение волнового пакета в направлении его распространения и частица будет уже далеко за левым краем пакета, где поле пакета ниже порогового для захвата значения. Дальнейшее ускорение электрона будет невозможно.

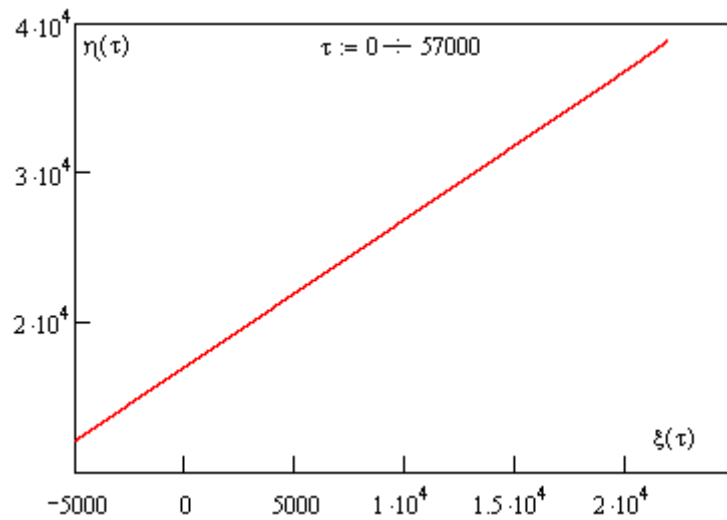


Рис. 4. Траектория захваченной частицы на плоскости  $(x, y)$

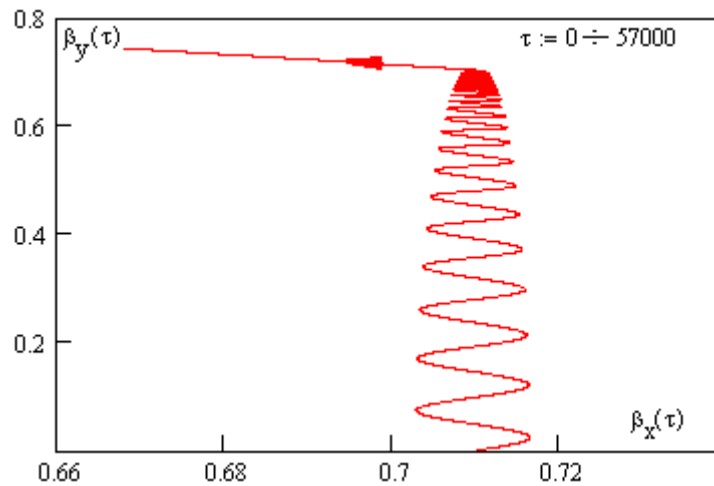


Рис. 5. Траектория изображающей точки на плоскости  $(\beta_x, \beta_y)$

### Заключение

Результаты настоящей работы можно сформулировать следующим образом:

1) На основе численных расчетов нелинейного, нестационарного уравнения для фазы пакета на несущей частоте изучено серфотронное ускорение слабoreлятивистских по начальной энергии зарядов в космической плазме волновым пакетом, распространяющимся поперек внешнего магнитного поля. Для слабoreлятивистской частицы захват в режим серфинга происходит для весьма широкого диапазона значений начальной фазы  $\Psi(0)$  на траектории частиц и величины расстройки черенковского резонанса. Заряд совершив ряд гирооборотов попадает в благоприятную для захвата пакетом фазу при одновременном выполнении черенковского резонанса. Затем происходит ультрарелятивистское ускорение частицы. Следовательно, число ускоренных волной частиц может быть достаточно большим в результате резкого увеличения в пространстве начальных импульсов области, из которой заряды могут попадать в режим серфотронного ускорения.

2) Во время ускорения компоненты импульса и релятивистский фактор частицы возрастают с постоянным темпом. Для оптимальной реализации серфинга зарядов с ультрарелятивистским ускорением необходимо выполнить следующие условия :

- для захвата частицы волной ее амплитуда должна быть выше порогового значения;
- должен реализоваться черенковский резонанс волна-частица;
- фаза волны на траектории заряда должна быть благоприятной для захвата частиц;

Знак компоненты импульса частицы вдоль волнового фронта должен соответствовать асимптотической связи компонент поперечной скорости ускоренных частиц.

3) Значение оптимальной (для захвата частицы) фазы пакета на траектории электрона не зависит от величины продольного импульса частицы.

Анализ серфинга релятивистских зарядов на электромагнитных волнах представляет интерес для физики космической плазмы, в частности, для интерпретации экспериментальных данных по регистрации потоков релятивистских частиц в космических условиях. Пакеты электромагнитных волн в окрестностях относительно спокойных звезд типа Солнца могут являться локальными источниками генерации космических лучей с энергиями в десятки-сотни ГэВ и обеспечивать наблюдаемые отличия спектра КЛ в этом диапазоне от указанной в литературе степенной зависимости. Заметим, что серфинг зарядов возможен и при наклонном (к внешнему магнитному полю) распространении электромагнитных волн, причем пороговая (для захвата частицы в режим серфинга) амплитуда волны становится меньше.

#### Литература:

1. K a t s o u l e a s, N., J. M. D a w s o n. Unlimited electron acceleration in laser-driven plasma wave. *Physical Review Letters*, 1983, v. 51, № 5, pp. 392-395.
2. J o s h i, C. The surfatron laser-plasma accelerators. Prospects and limitations. *Radiation in plasmas*, 1984, v.1, № 4, pp. 514-527.
3. Г р и б о в, Б. Э., Р. З. С а г д е е в, В. Д. Ш а п и р о, В. И. Ш е в ч е н к о. О затухании плазменных волн и ускорении резонансных электронов в поперечном магнитном поле. *Письма в ЖЭТФ*, 1985, т.42, вып.2, с. 54-58.
4. Б у л а н о в, С. В., А. С. С а х а р о в. Ускорение частиц, захваченных сильной потенциальной волной с искривленным фронтом в магнитном поле. *Письма в ЖЭТФ*, 1986, т. 44, вып. 9, с. 421-423.
5. С и т н о в, М. И. Максимальная энергия частиц в серфатроне в режиме "неограниченного ускорения". *Письма в ЖТФ*, 1988, т. 14, вып. 1, с. 89-92.
6. Е р о х и н, Н. С., А. А. Л а з а р е в, С. С. М о и с е е в, Р. З. С а г д е е в. Увлечение и ускорение заряженных частиц замедленной волной в неоднородной плазме. *ДАН СССР*, 1987, т. 295, № 4, с. 849-852.
7. Е р о х и н, Н. С., С. С. М о и с е е в, Р. З. С а г д е е в. Релятивистский серфинг в неоднородной плазме и генерация космических лучей. - *Письма в Астрономический журнал*, 1989, т.15, № 1, с.3-10.
8. Е р о х и н, Н. С., Н. Н. З о л ь н и к о в а, А. Г. Х а ч а т ь я н. Ускорение зарядов поперек магнитного поля при взаимодействии сильной плазменной волны с многокомпонентными потоками релятивистских частиц. - *Физика плазмы*, 1990, т. 16, вып. 8, с. 945-947.
9. К и ч и г и н, Г. Н. Особенности ускорения электронов в серфотроне. – *ЖЭТФ*, 1995, т.108, вып.10, с. 1342-1354.
10. К и ч и г и н, Г.Н. Серфотронный механизм ускорения космических лучей в галактической плазме. – *ЖЭТФ*, 2001, т. 119, вып. 6, с. 1038-1049.
11. Л о з н и к о в, В. М., Н. С. Е р о х и н. Переменный источник избытка космических электронов в гелиосфере. *Вопросы атомной науки и техники, сер. Плазменная электроника*, № 4 (68), с. 121-124, 2010.
12. Е р о х и н, Н. С., Н. Н. З о л ь н и к о в а, Е. А. К у з н е ц о в, Л. А. М и х а й л о в с к а я. Динамика релятивистского ускорения заряженных частиц в космической плазме при серфинге на пакете электромагнитных волн. *Вопросы атомной науки и техники, сер. Плазменная электроника*, № 4(68), с. 116-120, 2010.
13. Е р о х и н, Н. С., Н. Н. З о л ь н и к о в а, Л. А. М и х а й л о в с к а я. Особенности захвата и серфотронного ускорения ультрарелятивистских частиц в космической плазме в присутствии попутной волны. *Вопросы атомной науки и техники*, 2008, № 4, с. 114-118.
14. С h e r n i k o v, A. A., G. S c h m i d t, A. I. N e i s h t a d t. Unlimited Particle Acceleration by Waves in a Magnetic Field. *Physical Review Letters*, 1992, v. 68, № 10, pp. 1507-1510.